

INTERFEROMETRIA LASER Y ANALISIS DE INCERTIDUMBRES APLICADOS EN VIBRACIONES MECANICAS

Guillermo Silva Pineda†* y Luis Ferrer Argote*

†División de Vibraciones y Acústica, Centro Nacional de Metrología,
km 4,5 Carr. a los Cués, El Marqués, Qro. CP 76241, México.
Teléfono: (4) 211 0501, ext. 3512; Fax: (4) 211 0553.

gsilva@cenam.mx

*D.E.P.F.I., Universidad Autónoma de Querétaro.

Teléfono: (4) 2162414, Fax: (4) 215 2512. CP 76010

RESUMEN

En la diseminación de la exactitud a partir de los patrones nacionales, cada comparación dentro de la cadena de trazabilidad introduce un cierto incremento en la incertidumbre. La incertidumbre de medición da una idea de la longitud de la cadena de trazabilidad y de la exactitud de los métodos usados para calibrar los patrones de medición. Se discute la importancia de la alineación del interferómetro Michelson en su aplicación a la medición de vibraciones mecánicas. Se muestran mediciones de aceleración lineal usando un interferómetro láser que tiene trazabilidad a las magnitudes fundamentales de longitud y tiempo. Se desarrolla el presupuesto de incertidumbres para la determinación de la sensibilidad de un acelerómetro patrón. Se concluye acerca de la fase óptica y la frecuencia de pulsación de la irradiancia. La primera depende del desplazamiento de la superficie de medición y la segunda depende de su velocidad.

ABSTRACT

In the accuracy dissemination from national standards, every comparison within the traceability chain increases a certain amount the uncertainty. The measurement uncertainty gives an idea about the length of the traceability chain and the accuracy of the methods used to calibrate the measurement standards. The importance of the alignment of the Michelson interferometer is discussed when it is used to measure mechanical vibrations. Measurements of the linear acceleration quantity, which is traceable to length and time, are shown. An uncertainty budget of the accelerometer sensitivity is developed. It is concluded that the optical phase and fringe frequency depend on the displacement and velocity of the measurement surface, respectively.

INTRODUCCION

En mecánica de cuerpos rígidos, están definidas seis magnitudes cinemáticas, i.e., desplazamiento lineal, velocidad lineal, aceleración, ángulo de rotación, velocidad angular y aceleración angular. Frecuentemente las magnitudes cinemáticas quedan enmarcadas dentro del término general llamado 'vibraciones', en general el término vibración se usa para describir el movimiento repetitivo de una partícula en relación a un marco de referencia estacionario. Inman [5] establece que las propiedades dinámicas de dispositivos mecánicos frecuentemente son factores que limitan su funcionamiento. En otras palabras, al medir el comportamiento dinámico de un dispositivo específico se pueden estimar las características de sus elementos constitutivos, e.g., amortiguamiento, elasticidad e inercia. A mayor exactitud en la medición se obtendrán mejores estimados de las características de los elementos constitutivos así como de su comportamiento en condiciones específicas.

Con mediciones de mayor exactitud es posible alcanzar un mejor entendimiento tanto del comportamiento dinámico del elemento o sistema mecánico como de modelos que conduzcan a predecir mejor un comportamiento real en condiciones específicas. El vocabulario internacional de términos básicos y generales en metrología [6] define trazabilidad como la propiedad del resultado de una medición o del valor de un patrón siempre que pueda estar relacionada a las referencias establecidas, usualmente patrones nacionales o internacionales, a través de una cadena ininterrumpida de comparaciones con incertidumbres establecidas.

En la práctica, la trazabilidad es una propiedad que está relacionada con la exactitud de la medición y con la concordancia entre los resultados obtenidos usando diferentes técnicas de medición. Sin embargo, en el proceso de diseminación, en cada calibración realizada dentro

de la cadena de trazabilidad hay un cierto incremento en la incertidumbre. La incertidumbre de medición da una idea de la longitud de la cadena de trazabilidad y de la exactitud de los métodos usados para calibrar los patrones de medición. Las seis magnitudes cinemáticas son magnitudes derivadas del Sistema Internacional de Unidades, SI, por tanto, sus mediciones son trazables a magnitudes de base. Los principios de medición usados en la cadena de trazabilidad definen las magnitudes de base que actuarán como referencias fundamentales.

En la actualidad, cuando la aceleración lineal se mide con alta exactitud usando un interferómetro láser, es necesario tener trazabilidad a longitud mediante la calibración del láser en longitud de onda, y a tiempo y frecuencia mediante la calibración de un generador senoidal y un contador de frecuencias. Este hecho se basa en importantes desarrollos técnicos, tecnológicos y científicos. Hacia el final de siglo XIX, se realizaron los famosos desarrollos experimentales de Michelson que condujeron a la redefinición del metro [12], desde entonces las mediciones de longitud han mostrado importantes mejoras en la exactitud de medición. Desde los años 1960's, el uso del láser como fuente coherente de luz ha contribuido al desarrollo de diversas técnicas experimentales que usan interferómetros láser. También los desarrollos en instrumentación, computadoras y dispositivos ópticos han contribuido al conocimiento actual.

En este trabajo se muestra que al determinar la incertidumbre de medición del interferómetro láser, ésta se puede usar para estimar el intervalo de confianza al medir la aceleración lineal y la sensibilidad del acelerómetro durante la calibración. En la incertidumbre tipo A se incluyen algunos factores perturbadores como, las condiciones ambientales, la repetibilidad, la variabilidad debida al método, la variabilidad debida al usuario y la variabilidad debida al procedimiento experimental, por mencionar algunos. Todos ellos pueden ser considerados como variables estocásticas. Por otro lado, una parte importante de la incertidumbre tipo B, que es aquella que no se estima estadísticamente, depende principalmente en la calibración del acelerómetro de tres factores, la trazabilidad a patrones fundamentales de longitud y frecuencia, la exactitud del método de medición y las habilidades del personal que interviene en las mediciones. Las variables incluidas en la incertidumbre tipo B generalmente estarán asociadas a distribuciones de probabilidad y modelos ya conocidos.

Durante el desarrollo de este trabajo se supondrá que el movimiento de la superficie de medición es igual al movimiento del acelerómetro. Además, se considerará que todos los elementos móviles presentan movimiento de cuerpo rígido, esto significa que trabajarán por debajo de su frecuencia de resonancia fundamental.

DESARROLLO DEL INTERFEROMETRO DE MICHELSON

Albert Abraham Michelson fue el primer ciudadano americano en ganar el Premio Nobel de Física, esto fue en 1907. Michelson realizó diversas contribuciones científicas y contribuyó a mayores desarrollos, la mayoría de ellos basados en desarrollos experimentales. En 1896, Michelson realizó la primer medición de longitud de la barra de Pt-Ir que era el prototipo internacional del metro, la medición se realizó en términos de la longitud de onda de la radiación del cadmio rojo. Aunque la idea de usar la longitud de onda de una fuente monocromática como un patrón natural de longitud había sido sugerida primero por Babinet y Fizeau, fue el trabajo de Michelson el que demostró la factibilidad y condujo, en 1960, a la redefinición del metro en términos de la longitud de onda de la radiación naranja del Kr⁸⁶.

En nuestros días el láser He-Ne es ampliamente usado como una fuente de luz de referencia principalmente debido a sus características, e.g., monocromático, colimado, espacialmente coherente y, temporalmente coherente. La longitud de onda típica del láser He-Ne es 632,8 nm, aproximadamente. El interferómetro de Michelson usa el método de división de amplitud, este método se describe como dos haces provenientes de una fuente láser por medio de la división de amplitud sobre la misma sección del frente de onda, sobre éste interferómetro se puede encontrar mayor información en Hariharan [3]. En este trabajo el principal objetivo es estudiar el interferómetro homodino, en otras palabras, el que mide la frecuencia modulada por el cambio de velocidad en el acelerómetro, éste fenómeno es llamado efecto Doppler y se describe con mayor detalle en la siguiente sección. En la figura 1 se muestra un esquema de un interferómetro tipo Michelson.

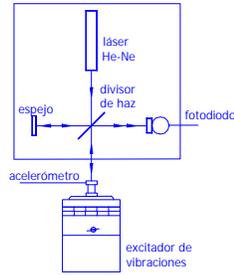


Figura 1. Interferómetro tipo Michelson usado para calibrar acelerómetros

INTERFEROMETRIA LASER DOPPLER

Antes de analizar la teoría relacionada con el interferómetro Michelson, es necesario considerar la naturaleza ondulatoria de la luz. La luz es un fenómeno electromagnético descrito por las ecuaciones de Maxwell [11]. La teoría considera dos funciones en espacios vectoriales relacionadas con el tiempo y el espacio, ellas describen los campos eléctrico y magnético. Sin embargo, en casos como este, es suficiente considerar únicamente el campo eléctrico. Este tratamiento se usa para el caso de una onda plana limitada y es una aproximación lo suficientemente apropiada para los propósitos experimentales de este trabajo, una mayor explicación de este tema se puede encontrar en Pain [13]. Por tanto, el haz del láser es considerado como un campo eléctrico que tiene una intensidad, A , y está dividido en dos haces en el divisor de haz. El haz de referencia primero es reflejado en el divisor de haz y después en el espejo fijo,

$$E_1 = A_1 \exp j(\omega t + \phi_1) \quad (1)$$

Donde, A_1 , es la intensidad del campo eléctrico, ω , es la frecuencia circular de referencia y, ϕ_1 es la fase óptica. Además, el haz de medición primero es transmitido a través del divisor de haz y después es reflejado en la superficie de medición, cuando el haz regresa de la superficie de medición se puede expresar como,

$$E_2 = A_2 \exp j(\omega' t - \phi_2) \quad (2)$$

Donde, A_2 , es la intensidad del campo eléctrico, $\omega' = \omega/(1 \pm v/c)$, es la frecuencia modulada debido al efecto Doppler, v , es la velocidad instantánea de la superficie de medición, c , es la velocidad de la luz y, ϕ_2 , es la fase óptica del haz de medición, en Hankell [4] y Cloud [1] se discute con mayor detalle el efecto de interferometría láser Doppler. Los dos haces se combinan en el divisor de haz, después se dirigen hacia el fotodiodo que mide la irradiancia, $I = |E_1 + E_2|^2$. La irradiancia de los dos

haces, el haz de referencia y el haz de medición es,

$$I = |E_1 + E_2|^2$$

$$I = 2A_1 A_2 \exp j(\omega + \omega')t \cos(\phi_1 + \phi_2) + 2A_1 A_2 \exp j(\omega - \omega')t \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (3)$$

La irradiancia, I , que siempre tiene valores positivos depende de dos términos: i). la fase, $\phi = \phi_1 \pm \phi_2$, entre los haces E_1 y E_2 y; ii). el término de frecuencia, $\exp j(\omega \pm \omega')t$. Sin embargo, el primer término en la ecuación (3) representa una irradiancia que oscila a frecuencias iguales o mayores que ω o ω' , estas frecuencias son demasiado altas para ser detectadas por el fotodiodo; solamente el promedio temporal de la irradiancia, que es esencialmente constante, sería producido por éste término. Por otro lado, la frecuencia del último término es proporcional a la diferencia entre las frecuencias ω y ω' . Si la superficie de medición se mueve, la frecuencia del último término se cambia debido al efecto Doppler. La ecuación (3) da expresiones completas para la irradiancia, pero no puede ser medida completamente, por tanto la salida del fotodiodo puede ser expresada como [16],

$$I = 2A_1 A_2 \exp j\omega_B t \cos \phi \quad (4)$$

donde, $\omega_B = \omega - \omega'$, es la llamada frecuencia de pulsación y, $\phi = [\delta + 2\xi(t)](2\pi/\lambda)$ es la fase óptica; λ , es la longitud de onda del láser He-Ne; δ , es la diferencia en la trayectoria óptica entre los dos haces; $\xi(t) = \xi \sin(2\pi f t)$, es el desplazamiento de la superficie de medición sujeta a un movimiento armónico simple (MAS), con una amplitud, ξ , y una frecuencia constante, f . Es importante recordar que: i). la fase óptica, ϕ , depende del desplazamiento; ii). la frecuencia, ω_B , es proporcional a la velocidad instantánea, ambas relativas a la superficie de medición y; iii). las frecuencias, ω y ω' , están lo suficientemente cercanas tal que la diferencia en frecuencia se puede medir con fotodiodos ordinarios y, la salida es una onda armónica expresada en función del tiempo [10]. Cuando la superficie de medición describe un MAS, entonces la salida del fotodiodo variará también armónicamente [9], esto se muestra en la figura 2.

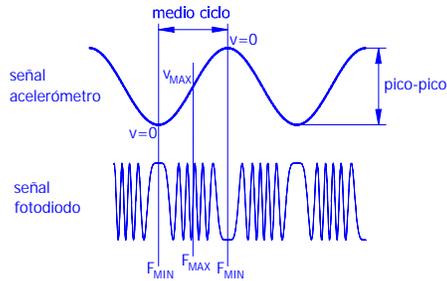


Figura 2. (a) movimiento armónico simple (MAS) de la superficie de medición, (b) señal de salida armónica del fotodiodo.

ALINEACION DEL INTERFEROMETRO MICHELSON

Observando la figura 2, se puede notar que, en la señal de salida del fotodiodo cada periodo tiene frecuencias diferentes, esto es porque el acelerómetro describe un MAS que tiene una velocidad diferente en cada punto. A su vez, cada pulso en el eje del tiempo (ver figura 2) corresponde a una franja, no localizada, en el espacio proyectado sobre el fotodiodo (ver figura 3). Por tanto, es importante tener una sola franja a la vez sobre el fotodiodo, de otra forma la frecuencia de la salida del fotodiodo será mayor, dependiendo del número de franjas sobre el fotodiodo y la velocidad instantánea del acelerómetro. Actualmente, las normas internacionales, ISO5347-1:1993 [7] e ISO16063-1:1998 [8] no incluyen un tópico sobre la alineación. Esto podría conducir a pequeñas diferencias en los resultados porque, si más de una franja se coloca sobre el fotodiodo, se leería una frecuencia mayor y, esto sería interpretado como un desplazamiento mayor, o un mayor nivel de aceleración, que conduciría a obtener una menor sensibilidad del acelerómetro en calibración.

Para la aplicación planteada en este trabajo, considerando la alineación del interferómetro de Michelson, es posible imaginar que una fuente puntual monocromática S localizada a una distancia finita da origen a dos fuentes puntuales virtuales (ver figura 3), S_1 y S_2 , que son imágenes de S reflejadas en M_1 y M_2 (ver figura 3). Entonces son observadas franjas no localizadas sobre la pantalla colocada en O . Tal como se muestra en la figura (3a), la línea S_1S_2 es paralela a AO , las franjas son circulares; en la condición mostrada en la figura (3b), S_1S_2 están a ángulos rectos a AO , entonces las franjas serán paralelas. En la práctica, el excitador de vibraciones que mueve el acelerómetro podría producir un movimiento complejo formado por un desplazamiento y una rotación (o tilte), para éste

caso, una alineación similar a la mostrada en la figura 3(b) podría ser menos sensible al movimiento de rotación que la mostrada en la figura (3a).

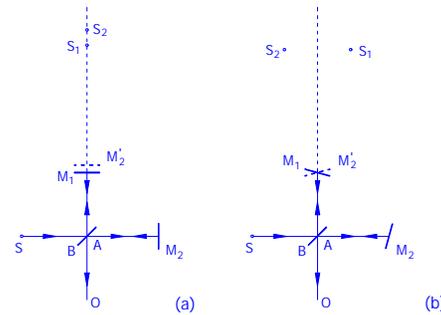


Figura 3. Tipos de alineación en un interferómetro tipo Michelson, (a) franjas circulares, (b) franjas paralelas, Hariharan [1985].

Es importante notar que, cuando una franja alcanza el fotodiodo a la vez, el nivel eficaz de la salida del fotodiodo no es máximo. Si se busca el máximo nivel eficaz en la salida del fotodiodo, entonces es necesario tener alrededor de tres franjas sobre su superficie sensible y, entonces se leería una frecuencia más alta en la señal de salida. Adicionalmente, otras fuentes de ruido podrían ser encontradas, e.g., i). si se usa un espejo metálico, es recomendable que la rugosidad sea menor que la longitud de onda del láser, de otra forma podría aparecer un patrón adicional de interferencia debido a difracción; ii). es recomendable usar un láser mono modo, de otra forma podrían estar presentes en las mediciones más de una frecuencia de referencia. Una mayor discusión de este tema no es posible debido a limitaciones de espacio, sin embargo, aquellos lectores interesados en el tema podrían encontrar mayor información en las referencias citadas.

DETERMINACION DEL DESPLAZAMIENTO POR EL METODO DE RELACION DE FRECUENCIAS ('FRINGE COUNTING METHOD')

En este método dos diferentes frecuencias son medidas, dichas frecuencias están relacionadas al desplazamiento instantáneo, $\xi(t)$, que es provocado por el excitador sobre el acelerómetro durante la calibración. La primera de estas frecuencias es la frecuencia de excitación mecánica, ésta proviene de un generador senoidal. El elemento móvil del excitador de vibración tiene una placa metálica con una superficie pulida, el acelerómetro se atornilla directamente sobre dicha

superficie pulida, a esta superficie se le llama *superficie de medición*. Cuando un MAS es descrito por la superficie de medición, el nivel de aceleración de la superficie se puede determinar midiendo la frecuencia de excitación mecánica y la frecuencia de pulsación del interferómetro [17]. Cuando la superficie de medición se acerca o se aleja del divisor de haz, una distancia $\lambda/2$, las franjas de interferencia, que son franjas brillantes y oscuras alternadas, proyectadas sobre el fotodiodo se desplazan el equivalente al espesor de una franja, es decir, existe un cambio de fase de 180° de la señal óptica de interferencia. Por tanto, a una frecuencia de excitación mecánica determinada, existirá un número constante de franjas, o pulsos ópticos, durante cada ciclo de vibración mecánica, en otras palabras, la frecuencia de corrimiento de las franjas es igual a la frecuencia de la excitación mecánica multiplicada por el número de franjas, tal como se muestra en la figura 2. Este número de franjas es proporcional tanto al nivel de desplazamiento como al nivel de aceleración.

En la ecuación (4) se estableció que la frecuencia del nivel de irradiancia, medida en el fotodiodo, es proporcional al desplazamiento y variación de la velocidad de la superficie de medición. La amplitud de la irradiancia sobre el fotodiodo, que en realidad es un valor promedio, también varía armónicamente. Observando la ecuación (4) dado que los valores del coseno varíen entre -1 y $+1$, la amplitud máxima de irradiancia sobre el fotodiodo es,

$$\cos\{\delta + 2\xi(t)\}(2\pi/\lambda) \approx \pm 1 \quad (5)$$

es decir,

$$[\delta + 2\xi(t)](2\pi/\lambda) = 2\pi n \quad n=1,2,\dots \quad (6)$$

donde, n , es un entero que representa un determinado ciclo de la señal óptica. Considérense dos valores consecutivos del entero, e.g., n y $n+1$, cuando ocurren dos máximos consecutivos. Entonces, no es difícil encontrar la relación entre los desplazamientos, ξ_n y ξ_{n+1} , respectivamente. Lo anterior significa que dos máximos consecutivos en la amplitud de irradiancia leída por el fotodiodo son producidos cuando la distancia recorrida por la superficie de medición sigue las siguientes relaciones,

$$[\delta + 2\xi(t)](2\pi/\lambda) = 2\pi n \quad (7)$$

y

$$[\delta + 2\xi(t)](2\pi/\lambda) = 2\pi(n+1) \quad (8)$$

A partir de las ecuaciones (7) y (8), se puede ver que la distancia recorrida por la superficie de medición para producir dos máximos consecutivos en el nivel de irradiancia es, $(\xi_{n+1} - \xi_n) = \lambda/2$. Cuando el MAS forzado sobre la

superficie de medición tiene constantes tanto la frecuencia de excitación mecánica así como el desplazamiento, entonces el número de franjas de máximos en el nivel de irradiancia también es constante, tal como se muestra en la figura 2.

Para determinar el número de franjas, es necesario calcular la amplitud del desplazamiento en el instante t , $\xi(t)$, de la superficie de medición. Las normas ISO5347-1:1993 [7] e ISO16063-1:1998 [8] usan la siguiente relación,

$$R_F = \frac{\xi \times 2(\text{ida} - \text{vuelta}) \times 2(\text{pico} - \text{pico}) \times 2(\text{ciclo completo})}{\lambda}$$

$$R_F = \frac{\xi 8}{\lambda}$$

y se sabe que,

$$R_F = \frac{\text{frecuencia corrimiento}}{\text{frecuencia MAS}} \quad (9)$$

esto es,

$$\xi = \lambda \cdot R_F / 8 \quad (10)$$

donde, R_F , es referida como la relación de frecuencias que es el número promedio de franjas en varios ciclos del MAS descrito por la superficie de medición. Es importante recordar que para un láser He-Ne, la longitud de onda promedio es 632,8 nm aproximadamente. En la siguiente sección se describe brevemente el presupuesto de incertidumbres para calibrar la sensibilidad del acelerómetro.

PRESUPUESTO DE INCERTIDUMBRES

Modelo de la medición según la GUM [2]

En muchos casos un mensurando, Y , no es medido directamente sino más bien es determinado a partir de otras N cantidades físicas, X_1, X_2, \dots, X_N , a través de una relación funcional, f :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (11)$$

Sin embargo, un estimado del mensurando Y , denotado por y , es obtenido a partir de la ecuación (11) usando los estimados de las entradas x_1, x_2, \dots, x_N para los valores de las N cantidades físicas X_1, X_2, \dots, X_N . Por tanto el estimado de la salida y , que es el resultado de la medición, está dado por,

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (12)$$

Cada estimado de entrada, x_i , y su incertidumbre estándar asociada, $u(x_i)$, son obtenidos a partir de una distribución de valores posibles de las cantidades físicas de entrada, X_i . Esta distribución de probabilidad podría estar basada en la frecuencia, esto es, basada en una serie de observaciones, $X_{j,k}$ de X_i , o podría ser una distribución definida *a priori*. La guía para expresar las incertidumbres de medición, *GUM*

[2], establece que las evaluaciones de los componentes de incertidumbre tipo A están basados en distribuciones de frecuencia mientras que las distribuciones tipo B están basadas en distribuciones definidas *a priori*. La incertidumbre estándar de y , donde y , es el estimado del mensurando Y y por tanto el resultado de la medición, se obtiene combinando apropiadamente las incertidumbres estándar de las cantidades físicas de entrada x_1, x_2, \dots, x_N . Esta incertidumbre estándar combinada del estimado y es denotada por $u_c(y)$.

La incertidumbre estándar combinada, $u_c(y)$, es la desviación estándar estimada y caracteriza la dispersión de los valores que podrían razonablemente ser atribuidos al mensurando. La ecuación (13) está basada en una aproximación de Y en series de Taylor de primer orden, y expresa lo que es referido en la *GUM* [2] como *ley de propagación de incertidumbres*.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (13)$$

donde, $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$, y $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$, es el coeficiente de correlación que caracteriza el grado de correlación entre x_i y x_j . Además, aunque $u_c(y)$ puede ser usada universalmente para expresar la incertidumbre del resultado de una medición, en algunas aplicaciones es necesario estimar la incertidumbre que define un intervalo alrededor del resultado de medición que se esperaría que cubriera una porción amplia de la distribución de valores que podrían ser atribuidos razonablemente al mensurando. La medición adicional de la incertidumbre cubre el requerimiento de proveer un intervalo de la clase indicado arriba llamado también *incertidumbre expandida* y es denotado por U . La U es obtenida multiplicando la incertidumbre estándar combinada, $u_c(y)$ por un factor de cobertura, k .

$$U = k \cdot u_c(y) \quad (14)$$

Entonces, la U puede interpretarse como el término que define el intervalo alrededor del resultado de la medición que abarca una amplia fracción, p , de la distribución de probabilidad caracterizada por el resultado y su incertidumbre estándar combinada, y p es el *nivel de confianza* del intervalo. Para obtener el valor del factor de cobertura k de un intervalo correspondiente a un nivel especificado de confianza p , se puede considerar una distribución *t-student* del mensurando y , donde los grados efectivos de

libertad, v_{eff} , se calculan a partir de la fórmula de Welch-Satterthwaite [2],

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (15)$$

DETERMINACION DE LA SENSIBILIDAD DE UN ACELEROMETRO

La norma internacional ISO16063-1:1998 [8] define el término sensibilidad como, para un transductor lineal, la relación de la salida a la entrada durante una excitación senoidal paralela al eje de sensibilidad especificado en la superficie de montaje. La sensibilidad es una cantidad física compleja que varía con la frecuencia. En general, el término sensibilidad puede ser asumido como la relación de una salida dividida entre una entrada, la entrada y la salida pueden ser cantidades físicas diferentes. Tal como se mencionó anteriormente, los acelerómetros piezoeléctricos son de los transductores que más se han desarrollado, tecnológicamente hablando, dos tipos de sensibilidades son usados para los acelerómetros: ii. la sensibilidad en carga que tiene unidades de, $pC/(m/s^2)$ y; ii. la sensibilidad en tensión eléctrica que se expresa en unidades de, $mV/(m/s^2)$. Hasta ahora, varios autores han reportado que la sensibilidad en carga presenta una mayor estabilidad que la sensibilidad en tensión eléctrica, por tanto en esta sección se desarrollará el presupuesto de incertidumbres para la sensibilidad en carga.

Cuando se usa un interferómetro tipo Michelson, el desplazamiento pico de la superficie de medición, ξ , se puede estimar por medio de las ecuaciones (9) y (10),

$$\xi = \frac{\lambda R_F}{8} = \frac{\lambda F_F}{8 F_E} \quad (16)$$

donde, F_F , es la frecuencia de la señal de salida del fotodiodo, expresada en Hertz; F_E , es la frecuencia de excitación mecánica sobre la superficie de medición, expresada en Hertz; λ , es la longitud de onda del láser He-Ne, que es de 632,8 nm aproximadamente. En Silva [14] se muestra que puesto que un *MAS* es descrito por la superficie de medición, es posible estimar la aceleración pico a partir de,

$$a = (2\pi F_E)^2 \xi = \frac{\pi^2 \lambda F_F F_E}{2} \quad (17)$$

Tal como se mencionó anteriormente, la sensibilidad en carga del acelerómetro, S_C , está expresada en términos de la carga eléctrica de salida, q , dividida entre el nivel de aceleración, a ,

de la superficie de medición. Por tanto, la sensibilidad expresada en unidades de carga eléctrica toma la forma,

$$S_C = q/a \quad (18)$$

Sin embargo, el acelerómetro está conectado en serie a un amplificador de carga, esto es necesario para convertir la salida de alta impedancia del acelerómetro a una salida de baja impedancia del amplificador de carga. De esta forma, la señal de salida del conjunto, acelerómetro más amplificador de carga, tiene una baja impedancia de salida y esto la hace apropiada para su conexión a instrumentación de medición y análisis con impedancias de entrada relativamente bajas. Por otro lado, la sensibilidad del amplificador de carga, A_C , se puede expresar como,

$$A_C = \frac{q}{E} \quad (19)$$

Substituyendo las ecuaciones (17) y (19) en la ecuación (18), es posible expresar la sensibilidad en carga del acelerómetro en términos de cantidades físicas que afectan el proceso de calibración, tal como se muestra en seguida,

$$S_C = \frac{2 E}{\pi^2 \lambda F_F F_E A_C} \quad (20)$$

donde, S_C , es la sensibilidad en carga del acelerómetro en unidades de pC/(m/s²); E , es la tensión eléctrica de salida del amplificador de carga en mV; λ , es la longitud de onda del láser He-Ne en nm; F_F , es la frecuencia de la señal de salida del fotodetector en Hz; F_E , es la frecuencia de la excitación mecánica en Hz y; A_C , es la sensibilidad del amplificador de carga en unidades de mV/pC.

La ley de propagación de incertidumbres, mostrada en la ecuación (13), aplicada a la relación funcional de la sensibilidad en carga del acelerómetro da,

$$\begin{aligned} u_c^2(S_C) = & \left(\frac{\partial S_C}{\partial E} \right)^2 u^2(E) + \left(\frac{\partial S_C}{\partial \lambda} \right)^2 u^2(\lambda) \\ & + \left(\frac{\partial S_C}{\partial F_F} \right)^2 u^2(F_F) + \left(\frac{\partial S_C}{\partial F_E} \right)^2 u^2(F_E) \\ & + \left(\frac{\partial S_C}{\partial A_C} \right)^2 u^2(A_C) \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial S_C}{\partial E} \frac{\partial S_C}{\partial F_F} u(E)u(F_F)r(E, F_F) \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial S_C}{\partial E} \frac{\partial S_C}{\partial F_E} u(E)u(F_E)r(E, F_E) \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial S_C}{\partial F_F} \frac{\partial S_C}{\partial F_E} u(F_F)u(F_E)r(F_F, F_E) \end{aligned} \quad (21)$$

La ecuación (21), que está basada en una aproximación en series de Taylor de primer orden, es aplicada a la calibración de la sensibilidad en carga del acelerómetro. La calibración se realizó excitando mecánicamente al acelerómetro con un MAS a una frecuencia de 159,155 Hz (1 000 rad/s) y aplicando una aceleración pico de 40 m/s² aproximadamente. La sensibilidad nominal del acelerómetro es de 0,99 pC/(m/s²). Los resultados obtenidos del presupuesto de incertidumbres son mostrados en la tabla 1, al final de éste trabajo.

Para comprobar si alguna no linealidad de, S_C , es significativa, en la expansión en series de Taylor fueron incluidos términos de primer y segundo grados en la expresión de la ley de propagación de incertidumbres [15], obteniendo una expresión equivalente a la ecuación (13). El resultado obtenido por el cuadrado de la incertidumbre estándar combinada,

$u_c^2(S_C) = 1,23 \times 10^{-8} \text{ pC}/(\text{m/s}^2)$, fue prácticamente el mismo que para la aproximación en la que se usaron solamente términos de primer orden en la expansión en series de Taylor. Este resultado prueba que el modelo para, S_C , no presenta ninguna no linealidad significativa.

CONCLUSIONES

El interferómetro tipo Michelson analizado tiene un espejo móvil (para éste propósito, se considera la superficie de medición), que describe un movimiento armónico simple, MAS. La irradiancia, que es una cantidad compleja, es medida usando un fotodiodo de respuesta rápida, por lo que sólo se determina la magnitud de la irradiancia el la posición del fotodiodo. La irradiancia tiene dos componentes importantes, la fase óptica y la frecuencia de pulsación. La fase óptica depende del desplazamiento de la superficie de medición y la frecuencia de pulsación depende de su velocidad. Este último es un factor importante para calibrar la respuesta en fase de la señal de salida del acelerómetro respecto a la frecuencia del interferómetro.

El presupuesto de incertidumbre, mostrado en la tabla 1, indica que la frecuencia de pulsación obtenida de la señal de salida del fotodiodo es la principal fuente de incertidumbre en la estimación de la sensibilidad del acelerómetro. Por tanto, son necesarias mejoras adicionales en el procedimiento experimental empleado con el interferómetro láser, e.g., la alineación del interferómetro (se incluye una propuesta en la sección llamada 'alineación del interferómetro Michelson'), la calidad de los componentes ópticos, usar un láser mono modo polarizado, entre los más importantes. Por otro lado, los

cambios en la temperatura menores a 2°C tienen relativamente poca influencia en la incertidumbre en las condiciones de medición especificadas, sin embargo, es recomendable evitar la turbulencia del aire cercano al interferómetro.

La segunda fuente de variación es debida a la incertidumbre de calibración del amplificador de carga. El amplificador de carga es conectado en serie al acelerómetro, esto es necesario para obtener una baja impedancia en la señal de salida, una breve explicación de éste tópico se incluye en el punto llamado 'estimación de la sensibilidad de un acelerómetro'. Es recomendable tener cuidados adicionales durante la calibración eléctrica del amplificador de carga.

Se identificó una correlación entre las señales de la tensión eléctrica de salida del amplificador de carga y la frecuencia de pulsación del fotodiodo, ver tabla 1. Es importante resaltar que los tres factores de correlación identificados en el presupuesto de incertidumbres tienen una contribución negativa a la incertidumbre total, esto se debe a que se pueden considerar como variaciones sistemáticas o determinísticas y el término de incertidumbre únicamente toma en cuenta las variaciones aleatorias.

RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen al Centro Nacional de Metrología, a la Universidad Autónoma de Querétaro y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología su apoyo para la elaboración de éste trabajo.

REFERENCIAS

- 1.- Cloud, G.L., "Optical methods of engineering analysis", Cambridge University Press, 1995.
- 2.- GUM: "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", BIPM/IEC/IFCC/ISO/OIML/IUPAC, 1995.
- 3.- Hariharan, P., "Optical interferometry", Academic Press, 1985.
- 4.- Haskell, R.E., "Introduction to coherent optics", Rochester, MI:Oakland University, 1971.
- 5.- Inman, D.J., "Engineering vibration", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.

- 6.- "International vocabulary of basic and general terms in metrology", International Organization for Standardization, ISO, 1993.
- 7.- ISO 5347-1:1993, "Methods for the calibration of vibration and shock pick-ups – Part 1: Primary vibration calibration by laser interferometry".
- 8.- ISO 16063-1:1998, "Methods for the calibration of vibration and shock transducers – Part 1: Basic concepts".
- 9.- Link, A., Gerhardt, J., von Martens, H.-J., "Amplitude and phase calibration of accelerometers in the nanometer range by heterodyne interferometry", SPIE, 2868, 1996, pp. 37-48.
- 10.- Malacara, D., Servín, M., Malacara, Z., "Interferogram analysis for optical testing", Marcel Dekker AG, New York, 1998.
- 11.- Maxwell, J.C., "A treatise on electricity & magnetism", Dover Publications Inc., New York, 1954.
- 12.- Michelson, A.A., "Light waves and their uses", The University of Chicago Press, 1903.
- 13.- Pain, H.J., "The physics of vibrations and waves", 4th Edition, John Wiley & Sons, 1997.
- 14.- Silva Pineda, G., Ferrer Argote, L., "Vibration measurement using laser interferometry", SPIE, Vol. 3831, 2000, pp. 308-318.
- 15.- Silva Pineda, G., Ferrer Argote, L., "Estimation of uncertainties for the accelerometer calibration using laser interferometry", SPIE, Vol. 4072, 2000, pp. 137-145.
- 16.- von Martens, H.-J., A. Taübner, "Zur theorie interferometrischer schwingungsmessungen", Metrologische abhandlungen 3, 1983.
- 17.- von Martens, H.-J., "Interferometric counting methods for measuring displacements in the range 10⁻⁹ m to 1 m", Metrologia, 24, No. 4, 1987, pp. 163-170.

Tabla 1. Resultados: Incertidumbre en la determinación de la sensibilidad en carga de un acelerómetro usando interferometría láser

Magnitud	Valor nominal, (x_i)	Evaluación estadística (Tipo A)	Evaluación no estadística (Tipo B)	Incertidumbre estándar combinada, $u^2(x_i)$	$\left(\frac{\partial S_C}{\partial x_i}\right)^2$	Factor ²	Contribución	
Tensión eléct, E	2 803,238 mV	0,007 mV	$u_{TRAC}=0,028$ mV $u_{RESOL}=0,006$ mV	0,000 9 mV ²	$6,28 \times 10^{-8}$	$5,44 \times 10^{-11}$	0,4 %	
Long. onda, λ	$632,815\ 95 \times 10^{-9}$ m	-	$u_{TRAC}=3,3 \times 10^{-14}$ m	$1,09 \times 10^{-27}$ m ²	$1,23 \times 10^{12}$	$1,34 \times 10^{-15}$	0,0 %	
Frec pulsación, F_F	80 498,929 1 Hz	10,042 Hz	$u_{RESOL}=5,8 \times 10^{-4}$ Hz	100,851 Hz ²	$7,61 \times 10^{11}$	$7,67 \times 10^{-9}$	60,9 %	
Frecuencia de excitación mec., F_E	159,155 Hz	$2,214 \times 10^{-5}$ Hz	$u_{RESOL}=5,8 \times 10^{-6}$ Hz	$5,233 \times 10^{-10}$ Hz ²	$1,95 \times 10^{-5}$	$1,02 \times 10^{-14}$	0,0 %	
Sensibilidad amplif de carga, A_C	$99,7752$ mV/pC	-	$u_{TRAC}=0,01$ mV/pC	$0,000\ 1$ mV ² /pC ²	$4,95 \times 10^{-5}$	$4,95 \times 10^{-9}$	39,3 %	
Correlación	1/2	$\frac{\partial S_C}{\partial x_i}$	$\frac{\partial S_C}{\partial x_i}$	$u(x_i)$	$u(x_j)$	$r(x_i, x_j)$		
$E - F_F$	0,5	$2,51 \times 10^{-4}$	$-8,72 \times 10^{-6}$	0,029 5 mV	10,042 4 Hz	0,26	$-8,40 \times 10^{-11}$	-0,7 %
$E - F_E$	0,5	$2,51 \times 10^{-4}$	$-4,41 \times 10^{-3}$	0,029 5 mV	0,000 02 Hz	0,06	$-2,23 \times 10^{-14}$	0,0 %
$F_F - F_E$	0,5	$-8,72 \times 10^{-6}$	$-4,41 \times 10^{-3}$	10,042 4 Hz	0,000 02 Hz	-0,62	$-2,74 \times 10^{-12}$	0,0 %
Incertidumbre combinada al cuadrado					$u_c^2(S_C)$	$1,26 \times 10^{-8}$	$[\text{pC}/(\text{m}/\text{s}^2)]^2$	
Incertidumbre estándar combinada					$u_c(S_C)$	0,000 11	pC/(m/s ²)	
Grados efectivos de libertad					v_{eff}	6		
Factor de cobertura					k	2,65		
Nivel de confianza					p	≈ 95	%	
Incertidumbre expandida en pC/(m/s ²)					U	0,000 29	pC/(m/s ²)	
Incertidumbre expandida en % (relativa a 0,9931 pC/(m/s ²))					U	0,03	%	
Sensibilidad en carga del acelerómetro					S_C	0,9931	pC/(m/s ²)	